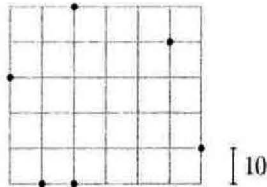


❖ سوالات ریاضی

- (۱) شکل زیر از چند مربع کوچک همنهشت به طول ۱۰ تشکیل شده است. شش نقطه روی جدول مشخص شده‌اند. امیرحسین مثلی را ترسیم می‌کند که رأس‌هایش سه تا از این شش نقطه هستند. او این نقطه‌ها را طوری انتخاب می‌کند که مساحت مثلث کم‌ترین مقدار ممکن باشد. این مساحت برابر با کدام است؟



۳۰ (۲)

۴۰ (۱)

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

- (۲) اعداد a ، b و c همگی اول هستند و حاصل ضرب $(a-b) \times c$ یک عدد طبیعی فرد است. مقدار عددی b کدام است؟

۵ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۱۱ (۱)

- (۳) اندازه زاویه‌ی بین دو خط $\sqrt{2}x - \frac{1}{\sqrt{5}}y = \sqrt{2}$ و $\sqrt{3}y + \frac{3}{\sqrt{3}}x = -2$ چند درجه است؟

۱۲۰° (۴)

۶۰° (۳)

۹۰° (۲)

۴۵° (۱)

- (۴) در مربع ABCD مختصات رأس A نقطه‌ی (۴,۱) و مختصات عرض رأس‌های C و D به ترتیب ۱ و ۳ هستند. اگر قرینه نقطه C نسبت به محور y ها بر خودش منطبق شود. آنگاه فاصله‌ی قرینه نقطه‌ی D نسبت به قطر AC تا مبدأ مختصات کدام است؟

 $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۱)

- (۵) فرض کنید a عددی گویا و b عددی گنگ باشد. به طوری که ab عددی گویا باشد حاصل عبارت $ab^2 + a^2 + 3$ برابر کدام است؟

(۴) چنین چیزی امکان ندارد

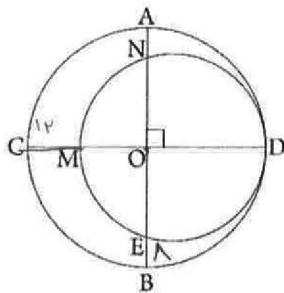
۴ (۳)

۳ (۲)

صفر (۱)

۶) در شکل زیر O مرکز دایره بزرگتر و دو دایره بر هم مماس اند. اگر $CM = ۱۲$ و $BE = ۸$ ، آنگاه محیط دایره بزرگتر

برابر کدام است؟



(۱) ۱۶π

(۲) ۱۸π

(۳) ۳۶π

(۴) ۳۲π

۷) در شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ به ضلع $\sqrt{۲}$ اندازه‌ی بردار $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BC}$ برابر کدام است؟

(۴) $\sqrt{۲}$

(۳) $۲\sqrt{۲}$

(۲) ۲

(۱) ۴

۸) از یک مکعب بزرگترین کره ممکن را جدا می‌کنیم. اگر حجم قسمت باقیمانده ۱۸ باشد. طول قطر کره برابر کدام است؟

(عدد π را ۳ در نظر بگیرید.)

(۴) $\sqrt[3]{۳۶}$

(۳) $۶\sqrt[3]{۳}$

(۲) $۳\sqrt[3]{۲}$

(۱) $۳\sqrt[3]{۳}$

۹) مثلث ABC به اضلاع $AB = ۱۳$ و $AC = ۱۲$ و $BC = ۵$ را در نظر بگیرید. خط d را موازی ضلع BC به فاصله یک از رأس A رسم می‌کنیم (خط d بیرون مثلث قرار دارد). حجم حاصل از دوران این مثلث حول خط d چقدر است؟

(۴) ۵۴۰π

(۳) ۱۶۹π

(۲) ۳۶۰π

(۱) ۴۸۰π

۱۰) مجموعه‌ی $A = \{x^y | x, y \in \mathbb{Z}, xy = ۸\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

(۴) $۲^۷$

(۳) $۲^۶$

(۲) $۲^۵$

(۱) $۲^۴$

۱۱) جدول فراوانی ضریب هوشی ۳۰ دانش آموز یک کلاس به صورت زیر است. میانگین ضریب هوشی دانش آموزان این

کلاس چند است؟

دسته	فراوانی
$۸۰ \leq x < ۹۰$	۲
$۹۰ \leq x < ۱۰۰$	۱۰
$۱۰۰ \leq x < ۱۱۰$	۱۲
$۱۱۰ \leq x < ۱۲۰$	۶

(۴) $۱۰۲/۳$

(۳) $۱۰۱/۲$

(۲) $۱۰۳/۲$

(۱) $۱۰۰/۴$

محل انجام محاسبات

۱۲) یک حوض دایره‌ای شکل به قطر ۲۰ متر در وسط یک زمین به شکل دوزنقه که دو قاعده‌ی آن ۳۵ و ۲۵ متر و ارتفاع آن برابر قاعده‌ی کوچک آن است، قرار دارد. می‌خواهیم این زمین را گل کاری کنیم. اگر در هر متر مربع به ۴ شاخه گل احتیاج داشته باشیم انگاه چند شاخه گل برای گل کاری لازم داریم؟

- ۴۳۶ (۱) ۱۷۴۴ (۲) ۱۴۲۲ (۳) ۱۸۰۴ (۴)

۱۳) هرگاه $\sqrt{x^2 + 7x - 4} + \sqrt{x^2 - 11x + 4} = x - 1$ مقدار عددی $3x^2 + 14x$ کدام است؟

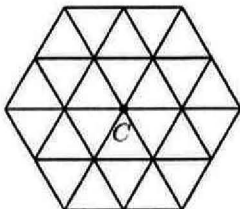
- ۲۵ (۱) ۴۵ (۲) ۶۵ (۳) ۸۵ (۴)

۱۴) اعداد طبیعی را در پنج ستون مطابق شکل می‌نویسیم. جایگاه عدد ۱۴۰۲ در کدام ستون قرار می‌گیرد؟

ستون ۱	ستون ۲	ستون ۳	ستون ۴	ستون ۵
	۱	۲	۳	۴
۸	۷	۶	۵	
	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	
	۱۷			

- دوم (۱) سوم (۲) چهارم (۳) اول (۴)

۱۵) مهدی همواره پیاده‌روی خود را از پارکی به مرکز میدان C آغاز می‌کند. برای این که یکی از شش مسیری را که از C آغاز می‌شوند ادامه دهد، یک تاس می‌اندازد. او هر زمان که به میدانی برسد که شش مسیر از آن آغاز می‌شوند، همین کار را خواهد کرد. در شکل زیر، طول هرپاره خط کوچک ۱۰۰ متر است. هرگاه مهدی مجدداً به نقطه C برسد یا ۵ کیلومتر پیاده‌روی کرده باشد، پیاده‌روی را تمام خواهد کرد. احتمال این که پس از حداکثر ۳۰۰ متر به پیاده‌روی خاتمه دهد کدام است؟



- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۶) فرض کنید $A_0 = \emptyset$ و به ازای هر $n \geq 1$ تعریف می‌کنیم $A_n = \{A_{n-1}, \{A_{n-1}\}\}$ بعنوان مثال $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ در

صورتی که تمام علامتهای $\emptyset$ را به $\{\}$ تبدیل کنیم، در مجموعه A_5 چند علامت $\{\}$ وجود خواهد داشت؟

۳۲ (۴)

۹۴ (۳)

۴۶ (۲)

۲۲ (۱)

۱۷) در یک کلاس ۳۰ نفره، یک تیم فوتبال ۶ نفره، یک تیم والیبال ۶ نفره، و یک تیم هندبال ۵ نفره انتخاب

شده است. می‌دانیم اعضای تیم هندبال در هیچ تیم دیگری عضو نیستند. همچنین می‌دانیم ۱۷ نفر در هیچ

تیمی عضو نشده‌اند. چند نفر در هر دو تیم فوتبال و والیبال هستند؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۸) کاغذی به ضخامت $\frac{1}{10}$ میلی متر داریم. این کاغذ را ۳۰ بار تا میزنیم. ضخامت حاصل به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

۱۰۰ km (۴)

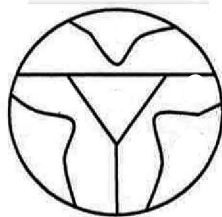
۱ km (۳)

۱ m (۲)

۱ cm (۱)

۱۹) می‌خواهیم هر یک از نواحی شکل زیر را رنگ آمیزی کنیم. به طوری که هر دو ناحیه‌ی مجاور ناهم‌رنگ باشند. حداقل به

چند رنگ نیاز داریم؟



۲ (۱)

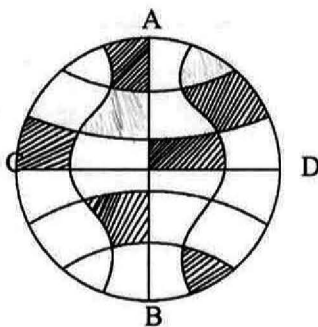
۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۲۰) اگر قطر دایره زیر ۴ واحد باشد و شکل نسبت به قطرهای عمود بر هم AB و CD متقارن باشد. مساحت قسمت‌های

هاشورخورده کدام است؟



۲π (۱)

π (۲)

 $\frac{3}{2}\pi$ (۳) $\sqrt{2}\pi$ (۴)

محل انجام محاسبات

(۲۱) بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک عددهای طبیعی و متمایز a و b به ترتیب برابر با ۳۶ و ۵۰۴ می‌باشند. حاصل جمع همه مقادیر ممکن برای $a + b$ کدام است؟

۶۴۸ (۴)

۸۶۴ (۳)

۵۴۰ (۲)

۱۰۸۰ (۱)

(۲۲) کدام مجموعه با بقیه متفاوت است؟

$$\{3k + 1 \mid k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\} \quad (۱)$$

$$\{3q - 2 \mid q \in \mathbb{Z}, 1 \leq q \leq 6\} \quad (۲)$$

$$\{6x + r \mid x \in \{0, 1, 2\}, r \in \{1, 4\}\} \quad (۳)$$

$$\{3m + 4 \mid m \in \mathbb{Z}, -2 \leq m \leq 2\} \quad (۴)$$

(۲۳) در دستگاه معادلات
$$\begin{cases} 9^{\frac{x-y}{2}} - 2 \times 3^{\frac{x-y}{2}} = 3 \\ x + y = 4 \end{cases}$$
 حاصل عبارت $2x^2 + y^2$ چقدر است؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

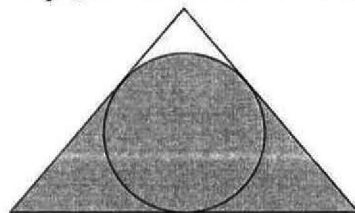
۱۷ (۱)

(۲۴) با فرض $x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 13 = 2x + 12y + 6z$ مقدار عددی عبارت $\frac{x+y}{2z}$ برابر کدام است؟

 $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲)

۱ (۱)

(۲۵) در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۶ دایره‌ای بر اضلاع مماس شده است. مساحت قسمت سایه زده شده برابر است با:



$$\pi + 6\sqrt{3} \quad (۱)$$

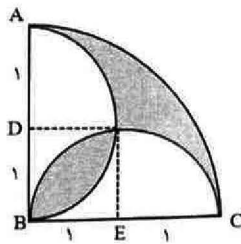
$$\pi + \sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\pi + 5\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$2\pi + 2\sqrt{3} \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

۲۶) دو نیم دایره به شعاع واحد به مراکز D و E و یک ربع دایره به شعاع ۲ واحد و به مرکز B را در نظر بگیرید، مساحت قسمت سایه زده شده برابر کدام است؟ (عدد π را ۳ در نظر بگیرید).



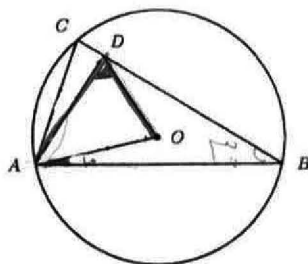
(۱) $\sqrt{2}$

(۲) ۱

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۷) در شکل زیر O مرکز دایره است و $\hat{B} = 30^\circ$ اگر $DA = DO$ و بدانیم $\widehat{OAB} = 10^\circ$ زاویه $\widehat{ADO}$ چند درجه است؟



(۲) 65°

(۱) 60°

(۴) 75°

(۳) 70°

۲۸) کدام نابرابری درست است؟

(۲) $\sqrt[3]{\frac{1}{18}} < \sqrt[3]{\frac{1}{333}} < \sqrt{\frac{1}{9}}$

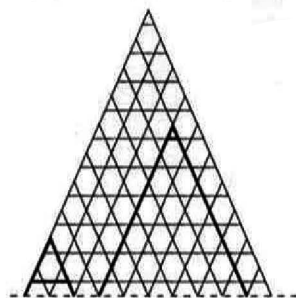
(۱) $\sqrt[3]{\frac{1}{333}} < \sqrt[3]{\frac{1}{18}} < \sqrt{\frac{1}{9}}$

(۴) $\sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt[3]{\frac{1}{333}} < \sqrt[3]{\frac{1}{18}}$

(۳) $\sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt[3]{\frac{1}{18}} < \sqrt[3]{\frac{1}{333}}$

۲۹) در شکل زیر تعدادی حرف A بزرگ نمایش داده شده‌اند. این حرف A بزرگ به روش‌های مختلفی نوشته می‌شود تنها به این شرط که بخش پایینی آن روی خط چین قرار بگیرد. به عنوان مثال دوتا از این حرف‌های A بزرگ در شکل مشخص شده‌اند. در این شکل چند حرف

A بزرگ وجود دارد؟



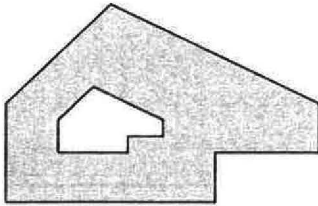
(۱) ۱۱۰

(۲) ۲۲۰

(۳) ۲۷۵

(۴) ۵۵۰

۳۰) مطابق شکل در یک هفت ضلعی، سوراخی ایجاد می کنیم که شکلی مشابه آن دارد. اگر طول اضلاع شکل اصلی سه برابر طول اضلاع سوراخ ایجاد شده باشند، و مساحت شکل اصلی ۱۸۰ سانتی متر مربع باشد، مساحت قسمت هاشورخورده چند است؟



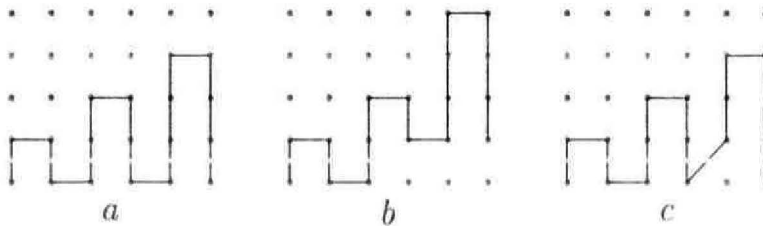
۱۷۰ (۱)

۱۶۰ (۲)

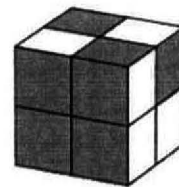
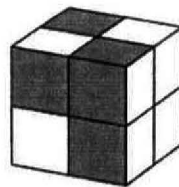
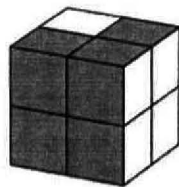
۱۵۰ (۳)

۱۴۰ (۴)

۳۱) مطابق شکل نقطه‌ها روی خط‌های افقی و عمودی واقع‌اند. به طوری که فاصله هر دو نقطه متوالی روی یک خط افقی یا عمودی برابر واحد است. سه خط شکسته به طول‌های a ، b ، c را مشاهده می کنید؛ کدام درست است؟

 $a < b < c$ (۱) $b < c < a$ (۲) $c < b < a$ (۳) $c < a < b$ (۴)

۳۲) در شکل زیر، مکعبی به طول ضلع ۲ که هریک از وجه‌هایش به چهار مربع به طول ضلع ۱ تقسیم شده‌اند، از سه منظر نمایش یافته است. مساحت کل بخش هاشورخورده در این مکعب کدام است؟



۱۶ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۳۳) اگر a, b, c عددهایی صحیح باشند به طوری که $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{35} + \sqrt{21} + 5}{\sqrt{4} + 2\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{7} + b\sqrt{5} + c\sqrt{3}}{2}$ مقدار عددی $a + b + c$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۴) اگر $A = \frac{3}{2} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{6} \times \dots \times \frac{801}{800}$ بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از $\frac{A}{10}$ کدام است؟

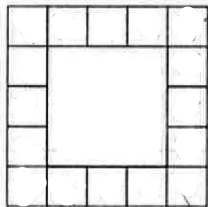
۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۳۵) عددهای ۱، ۲، ۳، ...، ۱۶ داخل شانزده مربع شکل زیر طوری قرار گرفته‌اند که مجموع عددهای روی هر چهار ردیف و ستون باهم برابر هستند. حداقل مقدار مجموع چهار عددی که داخل چهار گوشه‌ی جدول هستند چند است؟



۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)